УДК 303.732.4:004.6:303.092.

ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКИЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ КОНТИНУАЛЬНЫХ ПРОСТРАНСТВ СОСТОЯНИЙ СИСТЕМ РАЗЛИЧНОЙ ПРИРОДЫ

PHENOMENOLOGICAL RELATIONS FOR THE CONTINUAL STATE SPACES IN VARIOUS NATURE SYSTEMS

С.Г. Ехилевский[1], Г.В. Аверин[2], И.С. Константинов[2], А.В. Звягинцева[2]
S.G. Ehilevsky[1], G.V. Averin[2], I.S. Konstantinov[2], A.V. Zviagintseva[2]

1) Полоцкий государственный университет,
ул. Блохина, 29, 211440, г. Новополоцк, Витебская обл., Республика Беларусь
2) Белгородский государственный национальный исследовательский университет,
Россия, 308015, Белгород, ул. Победы, 85

1) Polotsk State University, Blokhina, 29, 211440, Novopolotsk, Vitebsk region, Republic of Belarus
2) Belgorod State National Research University, 85 Pobeda St, Belgorod, 308015, Russia

E-mail: ekhilevskiy@mail.ru, averin@bsu.edu.ru; konstantinov@bsu.edu.ru; zviagintseva@bsu.edu.ru

Аннотация
Предложено для моделирования сложных систем использовать скалярные эмпирические меры, связанные с континуальными представлениями в пространствах состояний систем. Разработан метод анализа данных наблюдений, который основан на применении меры вероятностной природы, определенной на множестве событий, выделенных по заданному признаку. Особенностью метода является представление состояния объектов через совместные события одновременного наблюдения значений переменных состояния и получение эмпирических зависимостей на основе опытных данных. На конкретных примерах обработки данных для физической, биологической и социально-экономической систем показана возможность нахождения уравнений состояний в виде вероятностных распределений и соотношений в форме зависимостей, отражающих балансовые принципы для меры как континуальной величины. Получены уравнения и зависимости достаточно высокого качества, которые указывают на справедливость применения принципов сохранения по отношению к пространствам состояний сложных систем.

Abstract
It was proposed to use scalar empirical measures associated with continuous representations in system state spaces to model complex systems. A method for analyzing observational data has been developed, which is based on the probabilistic nature application measure, determined on the set of events identified by a given feature. A special method feature is the representation of the state of objects through joint events of simultaneous observation of the values of state variables and obtaining empirical dependencies on the basis of experimental data. The proposed method was used to study information on the chemical elements of the Mendeleev periodic system and their basic properties, data on the indices of vertebrates biological species and information from the Federal Statistics Service on the Russian cities development state. These examples show the possibility of finding the equations of states in the form of probability distributions and relationships in the form of dependencies that reflect the balance principles for a measure as a continual value. Equations and dependences of a sufficiently high quality are obtained, which indicate the validity of the application of conservation principles in relation to the state spaces of complex systems. The results of the data analysis characterizing the physical, biological and socio-economic systems, indicate the possibility of using basic science-based principles in the study of different nature complex systems.

Ключевые слова: сложные системы, массивы опытных данных, пространства состояний, феноменологические модели, уравнения состояний, принципы сохранения.
Keywords: complex systems, arrays of experimental data, state spaces, phenomenological models, equations of states, conservation principles.

Введение

Сегодня балансовые принципы являются основой научного мировоззрения в естествознании. Однако вопрос о существовании балансовых соотношений по отношению к системам различной природы пока совершенно не изучен. Идея о возможности существовании скалярных величин, однозначно характеризующих состояния объектов и подчиняющихся некоторым законам сохранения, достаточно распространена и обоснована в целом ряде естественных наук. Однако, справедливость подобных подходов для биологических, экологических, общественных и других сложных систем может быть установлена только на основе данных наблюдений. Известно, например, что принцип сохранения энергии был первоначально установлен опытным путем для термодинамических систем и затем уже экспериментально и логически распространен на множество физических процессов и систем в качестве фундаментального закона. При этом понятие энергии можно рассматривать в виде универсальной меры, комплексно характеризующей состояния физических систем [Гухман, 1986; Пуанкаре, 1983].

Исходя из аналогий с естествознанием, попробуем вынести на обсуждение некоторые подходы и методы, используемые при описании континуальных пространств состояний сложных систем [Аверин и др., 2016]. Применение предлагаемых подходов позволяет ввести эмпирическую меру для таких пространств, определенную на множестве событий, выделенных по заданному признаку. В свою очередь, это даст возможность математически описать пространства состояний различных видов сложных систем на основе применения феноменологических соотношений. Подобные гипотезы могут быть сформулированы и экспериментально проверены применительно к различным видам сложных систем, если имеется достаточное количество опытных данных.

Постановка задачи

Так как все измерения и наблюдения процессов и явлений основываются на изменении различных величин, возникает задача по опытным данным установить закономерности, которые свойственны той или иной системе и которые математически описываются феноменологическими соотношениями.

Целью данной статьи является обоснование существования для пространств состояний сложных систем эмпирических мер как скалярных комплексных величин и установление на основе обработки опытных данных феноменологических соотношений для таких мер в виде уравнений состояний или балансовых уравнений.

Данная задача актуальна при изучении многих сложных систем, для которых накоплены значительные объемы опытных данных, представленных в виде структурированных массивов количественной информации.

Феноменологический метод представления информации о состояниях систем на основе данных и событий

Ряд теорий в естествознании основывается на применении принципов построения феноменологических моделей, позволяющих путем использования имеющихся опытных данных получить результат с необходимой точностью без объяснения истинных причин явлений. Феноменологический метод можно трактовать как способ макроскопического описания объектов, процессов и явлений, основанный на данных опыта или наблюдения. Поэтому будем в целом рассматривать массивы данных как объекты моделирования.

В различных феноменологических теориях обычно имеются как модели, характеризующие пространства состояний систем (уравнения состояний), так и модели, позволяющие описывать процессы в этом пространстве (законы сохранения или балансовые принципы). В целом содержание данного метода можно представить следующим образом. Рассматривается некая сложная система на примере изучения множества однородных объектов одного класса. Формируется массив структурированных данных относительно переменных состояния, несущих в себе атрибутивную информацию о состоянии и поведении изучаемых объектов. На основе этих данных определяются эмпирические зависимости в виде уравнений состояний, характеризующих статику состояний. Путем использования балансовых принципов по отношению к некоторым эмпирическим величинам и применения полученных уравнений состояний формируются положения теории в виде закономерностей и зависимостей, описывающих процессы изменения состояний объектов. Данные положения характеризуют динамику изучаемых объектов. На основе полученных соотношений в дальнейшем формируется аналитическая теория предметной области.

Для того, чтобы применить указанный подход при описании пространств состояний сложных систем предложим метод обработки и представления информации о состояниях объектов на основе данных и событий, которые в целом будут отражать количественную информацию, свойственную множеству реальных случаев. Для этого представим сложную систему определенного вида в виде множества однотипных объектов. В качестве объектов выступают однотипные классы (сущности), свойственные физическим, биологическим, социально-экономическим и другим объектам. В качестве показателей (атрибутов), могут выступать различные величины, имеющие количественное измерение и которые могут изменяться во времени. В результате формируется массив темпоральных данных, где каждая таблица имеет структуру «объекты-показатели», а множество таблиц упорядочено во времени с заданным шагом. Такая структура данных может быть применена при решении значительного количества прикладных задач и имеет непосредственное отношение к многомерным пространствам, в которых атрибуты объектов в виде показателей соответствуют переменным состояния в принятых системах координат.

Будем подразумевать под данными любые сведения об объекте исследования, его свойствах, параметрах и состоянии, а также окружающей среде в конкретный момент времени. Данные будут нести в себе статическую часть информации об объекте и выступать в качестве одного из ее референтов. В качестве второго референта информации будем рассматривать любые факты об объекте исследования – сведения и сообщения о каком-либо событии, процессе или деятельности, свойственном объекту и наблюдаемом с течением времени. Все такие факты в дальнейшем будем называть событиями, несущими в себе динамическую часть информации об объекте.

При таком подходе данные позволят создать формализованное пространство состояний систем, а использование статистических методов при анализе событий, выделенных по заданному признаку, даст возможность ввести эмпирическую меру, определенную на множестве таких событий.

Для построения математических моделей используем подход моделирования сложных систем на основе представления пространств состояний систем в виде континуальной среды, который был предложен ранее [Аверин, 2014; Zviagintseva, 2014; Averin et al., 2015 a, b; Zviagintseva, Averin, 2015; Аверин, Звягинцева, 2016; Аверин и др., 2016; Звягинцева, 2016а, б, в; Averin et al., 2016; Averin et al., 2017].

Пусть все множество изучаемых объектов имеет равное число характерных свойств, которые количественно определяются некоторыми показателями $z_1, z_2, \ldots, z_n$ и которые будем считать переменными состояния. Каждый объект совершает естественный процесс развития, в связи с чем его показатели изменяются во времени $z_1(t), z_2(t), \ldots, z_n(t)$. Сформируем пространство состояний системы Ω^n относительно ее переменных $z_1, z_2, \ldots, z_n$. Пространство Ω^n предполагается континуальным по отношению к представленным в нем процессам и состояниям, при этом опытные данные рассматриваются как ограниченная дискретная выборка из данного пространства. Состояние объекта будет отображаться точкой пространства, а процесс изменения состояния – некоторой кривой.

Также как и в работе [Аверин и др., 2016], введем понятие эмпирической меры w в пространстве состояний. Будем рассматривать эту меру как скалярную функцию переменных состояния, которая комплексно отражает состояние каждой точки M. Примем в качестве данной величины статистическую вероятность совместных событий, связанных с одновременным наблюдением некоторой совокупности показателей $w = W(z_1, z_2, ..., z_n)$. Предположим возможность существования непрерывного скалярного поля эмпирической меры в виде многомерного распределения. Отметим, что эмпирическая мера не является аддитивной величиной, поэтому она не может выступать в качестве универсальной меры.

В работе [Звягинцева, Аверин, 2016] показано, что при постулировании связи вида $dw = c_f \cdot d\theta$ (c_f – эмпирические величины, которые определяются по имеющимся опытным данным) и использовании метрики пространства состояний в виде многомерной геометрической вероятности или функции относительных изменений $\theta(M)$, для математического описания состояний могут применяться уравнения Пфаффа, которые интегрируемы и имеют общие интегралы вида:

$$s - s_0 = c_1 \cdot \ln\left(\frac{z_1}{z_{1_0}}\right) + c_2 \cdot \ln\left(\frac{z_2}{z_{2_0}}\right) + ... + c_n \cdot \ln\left(\frac{z_n}{z_{n_0}}\right), \tag{1}$$

причем для скалярного поля эмпирической меры $d\,\mathrm{Pr} = \theta \cdot ds$, где Pr – некая нелинейная функция однозначно связанная с величиной w, позволяющая отобразить эту величину на диапазон от $-\infty$ до $+\infty$.

Функцию состояния s обычно называют энтропией. Наиболее важной особенностью энтропии является то, что она отличается свойством аддитивности. Изменение этой величины зависит только от начального и конечного состояния объекта и не зависит от пути его перехода между этими состояниями. Энтропия может выступать в качестве универсальной меры в пространстве состояний Ω^n.

Анализ опытных данных [Аверин, 2014; Звягинцева, 2016] показывает, что для многих сложных систем могут быть установлены феноменологические соотношения, аналогичные по сути уравнению «сохранения энергии». Это говорит о том, что для континуальных пространств состояний, характеризующих системы разной природы, существуют фундаментальные балансовые закономерности. Однако получаемые соотношения отражают особенности предметной области и определяемые при этом зависимости только математически будут соответствовать принятым в естествознании, т.к. несут в себе содержание, которое коренным образом отличается от представлений энергетической концепции.

Чтобы установить общее уравнение сохранения в принятом в физике виде, для наглядности изучим сложную систему, состояния которой характеризуются двумя переменными и одной эмпирической мерой. Рассмотрим континуальное пространство Ω^2, в котором дифференциал энтропии для любой точки M согласно (1) может быть представлен в виде:

$$ds = c_1 \cdot \frac{dz_1}{z_1} + c_2 \cdot \frac{dz_2}{z_2}. \tag{2}$$

В качестве величины $\theta(M)$, математически моделирующей пространство состояний Ω^2, зададим функцию относительных изменений или геометрическую вероятность. Величина $\theta(M)$ будет являться метрикой пространства и может быть представлена в виде:

$$\theta = \frac{z_1 \cdot z_2}{z_{1*} \cdot z_{2*}}, \tag{3}$$

где z_{1*} и z_{2*} – значения выбранных показателей в опорной точке пространства состояний $z_{k*} = z_{k_0}$ или максимально наблюдаемые значения показателей $z_{k*} = z_{k\max}$. Сделав обозначение $R_m = z_{1*} \cdot z_{2*}$, определим изменение величины $d\,\mathrm{Pr} = \theta \cdot ds$, тогда:

$$d\,\mathrm{Pr} = \theta \cdot ds = \theta \cdot \left(c_1 \cdot \frac{dz_1}{z_1} + c_2 \cdot \frac{dz_2}{z_2} \right) = \frac{1}{R_m} \left(c_1 \cdot z_2 \cdot dz_1 + c_2 \cdot z_1 \cdot dz_2 \right). \quad (4)$$

Преобразуя данное уравнение, получим следующую зависимость:

$$d\,\mathrm{Pr} = du + \frac{z_2 \cdot dz_1}{R_m}, \quad (5)$$

где величина du равна: $du = \frac{1}{R_m}\left(c_1 \cdot z_2 \cdot dz_1 + c_2 \cdot z_1 \cdot dz_2\right) - \frac{1}{R_m} z_2 \cdot dz_1$.

Применяя к величине du признак Эйлера для пфаффовых форм, получим, что du является полным дифференциалом (функцией состояния) при выполнении следующего условия:

$$c_1 - c_2 = 1. \quad (6)$$

Легко показать, что в этом случае $du = c_2 \cdot d\theta$, т.е величина du зависит только от величины θ.

В результате данного простого вывода получены в виде соотношений (5) и (6) логические аналоги уравнения сохранения энергии и уравнения Майера в термодинамике для безразмерных переменных [Гухман, 1986]. Следует отметить, что полученные соотношения справедливы для любых континуальных пространств состояний систем независимо от природы изучаемых данных. При этом уравнение (5) нельзя рассматривать как уравнение сохранения энергии в обычном физическом представлении. Величина u является математической функцией, характеризующей изменение состояния объекта по отношению к однородному (равновероятному) пространству состояний систем, в котором отсутствовали бы континуальные закономерности, статистически свойственные сложной системе. Данная величина является аддитивной и также может выступать в виде универсальной меры в пространстве состояний Ω^n.

В свою очередь уравнение (5) характеризует изменения поля статистической вероятности событий w, исходя из нелинейного преобразования $w = f(\mathrm{Pr})$, через изменения однородного поля метрики θ как модельной функции, так как $du = c_2 \cdot d\theta$. Выбор той или иной метрики пространства определяется особенностями опытных данных и качеством получаемых феноменологических соотношений. Поэтому будем говорить о специфической скалярной мере состояний объектов, характерной для каждого класса систем, которые могут быть описаны феноменологическими методами. Назовем данную величину *трансергией* (*лат.* trans – за, через + *гр.* energela – действие, сила). Этим мы подчеркиваем отличие данной величины от общепринятого понятия энергии в естествознании. Особо отметим, что величины трансергии и энтропии будут носить свой специфический характер для определенного класса систем и каждой комбинации изучаемых показателей z_k.

В свою очередь, возможность континуального описания пространства состояний полностью определяется существующими опытными данными, и справедливость используемых гипотез может быть проверена на массивах этих данных. Энтропия s и трансергия u могут быть приняты в качестве универсальных мер в пространстве состояний Ω^n. Данные величины аддитивны, свойственны всему пространству и отражают в своей сущности существующие континуальные закономерности, а также являются функциями состояний и позволяют в пространстве Ω^n построить криволинейные координаты.

Феноменологические соотношения для пространств состояний систем

Получим на основе обработки опытных данных эмпирические аналоги уравнений (1) и (5) и тем самым установим основные феноменологические соотношения для некоторых сложных систем.

Для построения уравнений состояний систем в виде вероятностных распределений в качестве основного индикативного события, характеризующего состояние объекта, задано совместное событие одновременного наблюдения нескольких показателей, принятых в качестве переменных состояния. Для двух показателей статистическая вероятность совместных событий определялась путем разбиения всего наблюдаемого пространства Ω^2 на прямоугольники. Для этого длина всего диапазона наблюдаемых значений переменных от минимального до максимального делилась на одинаковое количество интервалов группирования и, в образованных таким образом областях, подсчитывалось количество находящихся опытных точек. Относительные частоты находились делением числа этих точек на общее количество всех объектов, как и принято в статистическом анализе. Используемые алгоритмы приведены в работах [Аверин, 2014; Звягинцева, 2016].

Регрессионные зависимости статистической вероятности совместного события наблюдения двух показателей определялись в виде:

$$w = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \int_{-\infty}^{\Pr} \exp\left(-\frac{\tau^2}{2}\right) d\tau; \quad \Pr = c_0 + s; \quad s = c_1 \cdot \ln\frac{z_1}{z_{1*}} + c_2 \cdot \ln\frac{z_2}{z_{2*}}, \tag{7}$$

где c_0, c_1, c_2 – константы, z_1, z_2 – принятые показатели, Pr (пробит) – инверсная функция нормального распределения со средним, равным нулю, и дисперсией, равной единице.

Соотношения в виде закона сохранения универсальной меры находились как:

$$\theta \cdot \Delta s = \Delta u + \beta_1 \cdot \frac{z_2}{R_m} \cdot \Delta z_1 + \beta_0, \tag{8}$$

где β_0, β_1 – эмпирические константы, $\Delta s, \Delta u, \Delta z_1$ – приращения величин относительно опорных состояний, при этом значение энтропии и трансергии в опорной точке принималось равным нулю: $s_0 = 0$ и $u_0 = 0$.

Уравнение (8) может быть приведено к известному виду $\theta \cdot ds = du + z_2 \cdot dz_1$ путем выбора оптимальных значений параметров в опорной точке и установления эквивалентности между величинами.

Для получения указанных выше соотношений использованы базы данных о показателях следующих систем.

1) *Физическая система*. Соответствующий массив данных был связан с информацией о химических элементах периодической системы Менделеева и их основными свойствами [Рабинович, Хавин, 1978; Свойства …, 2017; Список …, 2017]. Для 90 химических элементов в качестве переменных состояния при построении зависимостей были приняты: z_1 – радиус атома, пм; z_2 – атомная масса элемента, а.е.м.

2) *Биологическая система*. Второй массив данных был взят из базы данных AnAge Database [AnAge …, 2017]. Последняя версия базы включает сведения о 4083 видах позвоночных и охватывает характеристики амфибий, рыб, рептилий, птиц и млекопитающих (25 показателей животных). В качестве переменных состояния видов для построения соотношений использованы следующие величины: z_1 – максимальная продолжительность жизни в неволе, лет; z_2 – вес взрослой особи, кг.

3) *Социально-экономическая система*. Третий массив данных основывался на информации Федеральной службы статистики [База …, 2017]. База данных включает информацию по 63 показателям для 159 городов России с населением более 100 тысяч

человек. При определении соотношений использованы для примера показатели, характеризующие экономический потенциал городов: z_1 – оборот розничной торговли, млн. руб.; z_2 – объем товаров и услуг промышленного производства, млн. руб.

Полученные феноменологические соотношения для указанных систем приведены в таблице. Найденные уравнения являются значимыми и достаточно хорошо описывают имеющиеся данные.

Из полученных данных видно, что для пространств состояний систем существуют уравнения состояний в виде вероятностных распределений. Также для таких пространств может быть сформулирован закон сохранения меры, который является по своей сущности феноменологическим принципом.

Таблица
Table

Феноменологические соотношения для пространств состояний систем
Phenomenological relations for the systems state spaces

Соотношения	Кол-во данных	Вид зависимости	Коэф. корреляции	Относит. ошибка, %
Физическая система				
Уравнение состояния	90	$\Pr = 4{,}030 + 1{,}109 \cdot \ln\left(\frac{z_1}{z_{1_0}}\right) + 0{,}540 \cdot \ln\left(\frac{z_2}{z_{2_0}}\right)$	0,96	10,2
Уравнение сохранения трансергии	90	$\theta \cdot \Delta s = \Delta u + 5{,}304 \cdot \frac{z_2}{R_m} \cdot \Delta z_1 - 56{,}38$	0,99	6,5
z_1 – радиус атома, пм; z_2 – атомная масса элемента, а.е.м.; показатели опорной точки z_{1_0}, z_{2_0} соответствуют свойствам водорода и равны: $z_{1_0} = 53$ пм; $z_{2_0} = 1{,}0078$ а.е.м.; $\Delta s = s - s_0$; $\Delta u = u - u_0 = c_2 \cdot (\theta - 1)$; $\Delta z_1 = z_1 - 53$ (пм) – приращения величин; $R_m = 53{,}41$ (пм·а.е.м.).				
Биологическая система				
Уравнение состояния	2548	$\Pr = 3{,}767 + 0{,}778 \cdot \ln\left(\frac{z_1}{z_{1_0}}\right) + 0{,}184 \cdot \ln\left(\frac{z_2}{z_{2_0}}\right)$	0,97	9,1
Уравнение сохранения трансергии	2548	$\theta \cdot \Delta s = \Delta u - 0{,}467 \cdot \frac{z_2}{R_m} \cdot \Delta z_1 + 0{,}184$	0,95	7,2
z_1 – максимальная продолжительность жизни, лет; z_2 – вес взрослой особи, кг; показатели опорной точки z_{1_0}, z_{2_0} соответствуют максимально наблюдаемым показателям видов и равны: $z_{1_0} = 211$ лет; $z_{2_0} = 136000$ кг; $\Delta s = s - s_0$, $\Delta u = u - u_0 = c_2 \cdot (\theta - 1)$, $\Delta z_1 = 211 - z_1$ (лет) – приращения величин; $R_m = 28{,}7 \cdot 10^6$ лет·кг.				
Социально-экономическая система				
Уравнение состояния	159	$\Pr = -4{,}309 + 0{,}465 \cdot \ln\frac{z_1}{z_{1_0}} + 0{,}441 \cdot \ln\frac{z_2}{z_{2_0}}$	0,98	9,5
Уравнение сохранения трансергии	159	$\theta \cdot \Delta s = \Delta u + 5{,}06 \cdot \frac{z_2}{R_m} \cdot \Delta z_1 - 9117{,}0$	0,99	7,0
z_1 – оборот розничной торговли, млн. руб.; z_2 – объем товаров и услуг промышленного производства, млн. руб.; показатели опорной точки z_{1_0}, z_{2_0} – минимальные значения переменных в 2003 году, которые равны: $z_{1_0} = 117$ млн. руб.; $z_{2_0} = 150$ млн. руб.; $\Delta s = s - s_0$, $\Delta u = u - u_0 = c_2 \cdot (\theta - 1)$, $\Delta z_1 = z_1 - 117$ (млн. руб.) – приращения величин; $R_m = 17550$ млн. руб.·млн.руб.				

Заключение

В статье предложено для моделирования сложных систем использовать скалярные эмпирические меры, связанные с континуальными представлениями о пространствах состояний систем. С этой целью предложен феноменологический метод обработки и представления количественной информации на основе совместного использования как данных, так и событий, характеризующих состояние изучаемых объектов.

На конкретных примерах обработки опытных данных для физической, биологической и социально-экономической систем показана возможность нахождения уравнений состояний в виде вероятностных распределений и соотношений в форме зависимостей, отражающих принцип сохранения меры.

Список литературы
References

1. Аверин Г.В., Звягинцева А.В. 2016. Построение уравнений состояний сложных систем на основе событийной оценки индикативных показателей. Научные ведомости БелГУ. Экономика. Информатика, 23(244): 77–86.

Averin G.V., Zviagintseva A.V. 2016. Postroenie uravnenij sostojanij slozhnyh sistem na osnove sobytijnoj ocenki indikativnyh pokazatelej [Creation of the equations of difficult systems conditions on the basis of event assessment of indicators]. Nauchnye vedomosti BelGU. Jekonomika. Informatika, 23(244): 77–86. (in Russian)

2. Аверин Г.В., Константинов И.С., Звягинцева А.В. 2016. О континуальном подходе к модельному представлению данных. Вестник компьютерных и информационных технологий, 10: 47–52.

Averin G.V., Konstantinov I.S., Zvjaginceva A.V. 2016. O kontinual'nom podhode k model'nomu predstavleniju dannyh [About continual approach to model data presentation]. Vestnik komp'juternyh i informacionnyh tehnologij, 10: 47–52. (in Russian)

3. Аверин Г.В. 2014. Системодинамика. Донецк, Донбасс, 405.

Averin G.V. 2014. Sistemodinamika [Systemdynamics]. Doneck, Donbass, 405. (in Russian)

4. База данных Федеральной службы государственной статистики. 2017. URL: http://www.gks.ru/ (дата обращения: 5 октября 2017).

Baza dannyh Federal'noj sluzhby gosudarstvennoj statistiki. [Database of Federal State Statistics Service]. 2017. Available at: http://www.gks.ru/ (accessed October 5, 2017).

5. Гухман А.А. 1986. Об основаниях термодинамики. М., Энергоатомиздат, 383.

Guhman A.A. 1986. Ob osnovanijah termodinamiki [About the thermodynamics bases]. Moscow, Jenergoatomizdat, 383. (in Russian)

6. Звягинцева А.В., Аверин Г.В. 2016. Интегрирование отдельных многомерных уравнений Пфаффа, имеющих важное прикладное значение. Научные ведомости БелГУ. Математика. Физика, 27(248). 45: 102–114.

Zviagintseva A.V., Averin G.V. 2016. Integrirovanie otdel'nyh mnogomernyh uravnenij Pfaffa, imejushhih vazhnoe prikladnoe znachenie [Integration of separate multidimensional Pfaff equations having important applied value]. Nauchnye vedomosti BelGU. Matematika. Fizika, 2(223). 45: 102–114. (in Russian)

7. Звягинцева А.В. 2016. Вероятностные методы комплексной оценки природно-антропогенных систем. Под науч. ред. д.т.н., проф. Г.В. Аверина. М., Спектр, 257.

Zviagintseva A.V. 2016. Verojatnostnye metody kompleksnoj ocenki prirodno-antropogennyh sistem [Probabilistic methods of a complex assessment of natural and anthropogenic systems] Pod nauch. red. d.t.n., prof. G.V. Averina. Moscow, Cpektr, 257. (in Russian)

8. Звягинцева А.В. 2016. Модели состояния и развития стран мира на основе оценки статистических вероятностей индикативных событий. Научные ведомости БелГУ. Экономика. Информатика, 16(237). 39: 123–131.

Zviagintseva A.V. 2016. Modeli sostojanija i razvitija stran mira na osnove ocenki statisticheskih verojatnostej indikativnyh sobytij [The world countries state and development models on the indicative events statistical probabilities assessment basis]. Nauchnye vedomosti BelGU. Jekonomika. Informatika, 16(237). 39: 123–131. (in Russian)

9. Звягинцева А.В. 2016. О вероятностном анализе данных наблюдений о состоянии природно-антропогенных систем в многомерных пространствах. Научные ведомости БелГУ. Экономика. Информатика, 2(223). 37: 93–100.

Zviagintseva A.V. 2016. About probabilistic analysis of observational data about the natural and anthropogenic systems state in multidimensional spaces. Nauchnye vedomosti BelGU. Jekonomika. Informatika, 2(223). 37: 93–100. (in Russian)

10. Пуанкаре А. 1983. О науке / Пер. с франц. М., Наука, 560.

Puankare A. 1983. O nauke [About science] / Per. s franc. Moscow, Nauka, 560. (in Russian)

11. Рабинович В.А., Хавин З.Я. 1978. Краткий химический справочник. Изд. 2-е, испр. и доп. Л., Химия, 392.

Rabinovich V.A., Havin Z.Ja. 1978. Kratkij himicheskij spravochnik [Brief Chemical Handbook]. Izd. 2-e, ispr. i dop. Leningrad, Himija, 392.

12. Свойства химических элементов. Радиус атома. Википедия. 2017.

Svojstva himicheskih jelementov. Radius atoma. Vikipedija [Properties of chemical elements. Atomic radius. Wikipedia]. 2017.

13. Список химических элементов. Атомная масса. Википедия. 2017.

Spisok himicheskih jelementov. Atomnaja massa. Vikipedija [List of chemical elements. Atomic mass. Wikipedia]. 2017.

14. AnAge: The Animal Ageing and Longevity Database. Available at: http://genomics.senescence.info/species/ (accessed October 5, 2017).

15. Averin G.V., Konstantinov I.S., Zviagintseva A.V. and Tarasova O.A. 2015. The Development of Multi-Dimensional Data Models Based on the Presentation of an Information Space as a Continuum. International Journal of Soft Computing, 10(6): 458–461.

16. Averin G.V., Zviagintseva A.V., Konstantinov I.S. and Ivashchuk O.A. 2015. Data Intellectual Analysis Means Use for Condition Indicators Assessment of the Territorial and State Formations. Research Journal of Applied Sciences, 10(8): 411–414.

17. Averin G.V., Zviagintseva A.V., Shevtsova M.V. and Kurtova L.N. 2016. Probabilistic Methods of a Complex Assessment of Quantitative Information. Research Journal of Applied Sciences, 11: 415–418.

18. Averin G.V., Zviagintseva A.V., Shevtsova M.V. and Kurtova L.N. 2017. On Representation of Discrete Information of Temporal Databases in the Continuous Form. Journal of Engineering and Applied Sciences. Volume: 12. Issue: 15: 3884–3889.

19. Zviagintseva A.V., Averin G.V. 2015. The use of natural science methods for phenomenological models development in the social and human sciences. System analysis and information technology in environmental and social sciences, 1(8)–2(9): 73 – 80.

20. Zviagintseva A.V. 2014. Multiparameter ranking of areas based on the analysis of data about the condition of natural and anthropogenic systems. System analysis and information technology in environmental and social sciences, 1(6)–2(7): 76–83.